Niveau(x) d'enseignement : 7 Numéro EDUQ : 9170625
Centre d'intérêt : 841

Bélanger, Céline

Les mathématiques avec un grand M : histoire des probabilités et des statistiques / Céline Bélanger et Danielle Arpin. -- [Montréal : Association des collèges du Québec], 1990 [i.e. ] 1991
41, [12] p. ; 28 cm. -- (Fonds A.C.Q. ; 16)

Titre de la couv. : Les mathématiques avec un grand M ou Projet d'histoire en mathématiques. "Cette recherche a bénéficié du support financier du Fonds A.C.Q. 1988-1989"-- Couv. Bibliogr. : p. [52-53]

Vedette(s)-secondaire(s) : Arpin, Danielle • Association des collèges du Québec

Descripteur(s) : Statistiques • Probabilités • Histoire • Collégial (Ordre d'enseignement)

Ce document est le fruit d'une recherche sur l'histoire des probabilités et des statistiques. Il présente les grands courants de cette histoire de même que les hommes qui l'ont marquée. Le premier chapitre est consacré aux manifestations des probabilités, avant le dix-septième siècle, à travers les différents jeux de hasard et les premiers calculs. Puis, les chapitres suivants posent les grands jalons de cette histoire, siècle par siècle, jusqu'à l'aube du vingtième siècle.

Type de document :

## AVERTISSEMENT

L'Association des collèges du Québec (A.C.Q.) a créé le Fonds A.C.Q. pour encourager l'esprit de recherche et diffuser les résultats des recherches dans les collèges. Le support financier de l'Association ne couvre pas le coût réel des recherches et surtout ne paie pas à son vrai prix le travail intellectuel du chercheur. C'est pourquoi nous parlons seulement d'encouragement à la recherche. C'est pourquoi aussi les auteurs gardent tous les droits de publication et d'utilisation des résultats de leurs recherches, à moins que ces droits n'appartiennent, par un autre accord, au collège ou à un autre organisme pour lequel travaillent les auteurs.

Cependant, pour favoriser la diffusion de l'information sur l'état des recherches, les auteurs soutenus par le Fonds A.C.Q. s'engagent à mettre une copie de leurs travaux à la disposition de chaque collège membre de l'Association. Ainsi, l'Association n'est pas l'éditeur des rapports de recherches, qu'elle diffuse comme ils ont été présentés par les chercheurs. Pour toute autre utilisation des résultats des recherches, on doit d'abord obtenir l'autorisation des auteurs ou, selon le cas, de leur collège.

Montréal, mars 1991

# LES MATHEMATIQUES AVEC UN GRAND M

## HISTOIRE DES PROBABILITES ET DES STATISTIQUES

Céline Bélanger et Danielle Arpin

Collège Marie-Victorin

Décembre 1990

Chapitre 1

## AVANT LE XVIIième SIECLE: PREHISTOIRE DES PROBABILITES

### Depuis quand joue-t-on aux dés?

#### Les ancêtres des dés

Il est impossible de déterminer avec précision l'époque où l'homme inventa les premiers jeux de hasard. En fait, seuls des osselets, les **astragales**, fournissent un indice à ce sujet. Un grand nombre de ces petits os provenant de la cheville de divers animaux ont été découverts sur des sites préhistoriques par des archéologues.

Il ne semble pas que l'homme préhistorique les ait accumulés en vue d'une utilisation particulière. Au contraire, les astragales étaient probablement rejetés, parce qu'ils étaient trop petits pour qu'il vaille la peine d'en extraire la moëlle et de s'en nourrir. On peut facilement imaginer que l'homme s'inventa des jeux utilisant les astragales qu'il avait sous la main.

Astragale de mouton

Astragale de chien

(grandeurs réelles)

En observant les illustrations ci-haut, nous constatons que l'astragale de mouton présente une plus grande symétrie que celle du chien. En effet, les astragales de tous les animaux à sabots ont quatre faces suffisamment unies pour leur permettre de se poser sur un côté avec stabilité lorsqu'ils sont lancés. Il est possible que l'homme préhistorique ait constaté cette particularité et qu'il se soit alors amusé à deviner sur quelle face un astragale pouvait tomber.

Des peintures découvertes à l'intérieur de tombeaux égyptiens montrent que, 3500 ans avant Jésus-Christ, l'homme se servait de l'astragale dans des jeux de hasard. On peut donc situer l'invention des jeux de hasard entre l'époque des sites archéologiques les plus anciens où furent découverts les premiers astragales (il y a 40 000 ans) et le troisième millénaire avant la naissance du Christ.

## Les premiers jeux de dés

De l'astragale à quatre faces, on passa au dé à six faces. Le plus vieux de ces dés connu, probablement obtenu d'un astragale en le frottant sur une surface dure, a été retrouvé en Iraq et date du début du troisième millénaire av. J.-C.. On y opposait les faces de la manière suivante: 1-6, 2-3 et 4-5. En Egypte, 1400 ans avant notre ère, l'arrangement des points de certains dés était identique à celui que l'on connait, soit 1-6, 2-5 et 3-4.

La légende raconte que durant la guerre de Troie, vers 1200 av. J.-C., les guerriers inventèrent des jeux de hasard. Ils espéraient ainsi conserver le bon moral des troupes pendant la longue décennie que dura le siège de la ville. D'ailleurs, Homère[1] spécifie, dans l'un de ses récits, que l'astragale est utilisée pour des jeux, autant par les enfants que par les adultes. Les anciens Grecs et les Romains avaient une très grande passion pour le jeu, comme en témoignent leurs littératures.

La popularité des jeux de hasard devint de plus en plus grande et, dans la Rome classique, on fabriqua des astragales en métal, marquant les faces des numéros de 1 à 4.

A cette époque, on produisait également des dés à six faces en cristal, en ivoire, en fer et en bois. On a aussi retrouvé des dés dont chaque face représente un dieu, ce qui suggère qu'on les utilisait dans les rites de divination.

Chez les Romains, les jeux de hasard devinrent si populaires qu'il fallut des lois pour les interdire. L'empereur Claude lui-même se passionnait tellement pour les dés qu'il écrivit un livre à ce sujet. On raconte qu'il jouait aux dés de sa main droite contre sa main gauche.

## Les interdits

Au XIIIième siècle, le jeu était si répandu, que l'Eglise et l'Etat interdirent non seulement les jeux de hasard, mais aussi les jeux de stratégie, comme les échecs.

L'Etat cherchait par là à enrayer la paresse et le crime. L'Eglise voulait contrer les vices qui accompagnent inévitablement les jeux: l'abus d'alcool, les blasphèmes, l'amour du gain, la corruption de la jeunesse et surtout les superstitions et la divination associées aux jeux de dés. En effet, les hommes de cette époque voyaient la tombée des dés comme une réponse divine à leurs interrogations, comme un présage, une marche à suivre dictée par les dieux. Les dés permettaient d'être facilement en contact avec eux.

---

[1] Homère était un écrivain grec (VIIIe siècle avant J.-C.) célèbre pour ses oeuvres "L'Iliade" et l'"Odyssée".

Ces interdictions eurent peu de succès. Au contraire, elles conférèrent aux jeux une puissance nouvelle: celle de défier les lois. Le jeu de dés demeura malgré tout un divertissement populaire, de l'Epoque Romaine à la Renaissance.

## Les premiers calculs

### L'énumération des résultats sans ordre

Dans un ouvrage du XIèee siècle (publié 700 ans plus tard), l'évêque Wibold de Cambrai inventa un jeu de dés "moral". Pour ce faire, il énuméra les 56 résultats possibles du lancer de trois dés, sans tenir compte de l'ordre (sans distinguer 1-2-2 de 2-2-1, par exemple) et il associa une vertu à chacune de ces éventualités (on pourrait s'étonner qu'il existe autant de vertus!): avec le lancer des dés, le joueur déterminait la vertu qu'il devait s'engager à respecter.

### L'énumération des résultats avec ordre

Dans un poème latin du XIIIième siècle, le chancelier de la cathédrale d'Amiens, Richard de Fournival, fait lui aussi le décompte des résultats possibles du lancer de trois dés, en considérant non seulement les cas sans ordre, mais aussi ceux avec ordre. Aujourd'hui, nous dirions qu'il a défini en extension l'ensemble fondamental correspondant à cette expérience.

Voici la traduction d'un extrait de son texte:

> "Si les trois nombres sont identiques, ils peuvent être obtenus de six façons.
>
> Si deux nombres sont identiques et si l'autre est différent: il y a trente possibilités puisque la paire peut être choisie de six façons et le dé différent de cinq façons.
>
> Si les trois nombres sont différents, il y a vingt possibi-lités, puisque trente fois quatre égale cent vingt mais que chaque possibilité peut survenir de six façons.
>
> Cela fait cinquante-six possibilités."

Les cinquante-six possibilités mentionnées
dans la première partie du poème

D'après vous, a-t-il utilisé une méthode particulière pour faire la liste des résultats? Aujourd'hui, un tel problème de dénombrement pourrait se calculer par énumération, à l'aide d'un arbre.

Le poème se poursuit:

> "Mais si les trois dés sont identiques, il n'y a qu'une seule façon pour chaque nombre, si deux dés sont identiques et un différent, il y a trois façons, et si les trois dés sont différents il y a six façons."

Bien que de Fournival ne l'ait pas fait explicitement, nous pouvons traduire mathématiquement ce calcul:

(6 x 1) + (30 x 3) + (20 x 6) = 216 résultats possibles.

Les calculs de cet auteur seront ignorés par tous les savants des deux siècles suivants. L'idée d'énumérer les résultats du lancer des dés en comptant le nombre des permutations (c'est-à-dire en distinguant des éventualités telles que 2-1-1, 1-2-1 et 1-1-2) ne sera redécouverte qu'au début du XVIième siècle, pendant la Renaissance italienne, par **Cardano**.

**Gerolamo Cardano**

Cardano, fils d'un juriste et mathématicien, est né à Pavie en Italie. Cardano était médecin, ce qui faisait de lui, à son époque, un savant universel.

Avec la Renaissance, les Italiens se remirent à l'étude des auteurs grecs, qui avaient été délaissés en Europe pendant tout le Moyen Age. En lisant ainsi les oeuvres des philosophes et gens de science de la Grèce antique, les artistes retrouvèrent l'importance de l'observation de la nature qui apparaît comme le seul moyen de la représenter fidèlement. Léonardo Da Vinci, dont l'oeuvre artistique et scientifique nous est bien connue, avait ce souci d'observation et même d'expérimentation.

Les médecins suivirent le mouvement amorcé par les artistes. Ils s'intéressèrent à la zoologie, à la botanique, à l'anatomie, aux mathématiques. Mais le mysticisme du Moyen-Age était encore présent et influença la profession de médecin, faisant d'eux des astrologues. C'est que l'astrologie était encore à la mode! Quel roitelet n'avait pas son astrologue!

Cardano est assez rigoureux pour inventer le cardan*, mais son intérêt pour l'astrologie le conduisit en prison car il osa faire l'horoscope du Christ. Pourtant, le pape lui accorda une pension pendant les dernières années de sa vie. Cardano était véritablement un homme d'extrêmes.

## Equiprobabilité

Ce grand joueur avait suffisamment d'expérience pour se forger une idée intuitive de la fréquence observée de certains résultats des jeux de hasard. Il remarqua ainsi que, pour un dé bien équilibré, les chances d'obtenir une face sont toutes égales à 1 sur 6 (1:5 ou dans la proportion de un à cinq, selon la notation du temps). Il soutenait le même raisonnement pour les astragales en disant qu'il y a une chance sur quatre d'obtenir l'une de ses faces. Dans ce cas, il se trompait puisque l'irrégularité de ces os ne permet pas de conclure à l'équiprobabilité des faces.

Avant Cardano, on ne croyait pas qu'il était possible de quantifier le hasard. Avec le calcul d'une première probabilité, une porte s'ouvrait enfin sur un nouveau domaine des mathématiques.

## La lente naissance de la théorie des probabilités

Plusieurs branches des mathématiques, telles la géométrie et l'arithmétique, se sont développées dès l'Antiquité, tandis que les premiers calculs sérieux relatifs aux probabilités ne se feront qu'à la Renaissance. Ce retard apparent peut s'expliquer de plusieurs façons.

- Une algèbre combinatoire qui faciliterait les calculs en évitant les longues énumérations n'existait pas encore. C'est un mathématicien du nom de nom de Viète qui introduira le symbolisme algébrique, à la fin du XVIe siècle. C'est aussi pendant ce siècle que les calculs avec les chiffres arabes deviendront courants, que l'usage des fractions décimales et des nombres négatifs sera généralisé.

- Les joueurs de dés sont souvent superstitieux. Ceux-là même qui pouvaient constater objectivement les fréquences de divers résultats considéraient la

---

*Le cardan est un système de suspension mécanique, permettant au corps suspendu de rester stable, même si un mouvement affecte son support.

"Chance" comme une influence extérieure et incontrôlable, dont les effets sont imprévus.

L'absence de la notion d'événement aléatoire, le concept même de hasard, l'idée d'une loi naturelle qu'on ne peut ni changer, ni tourner à son avantage s'acceptaient difficilement.

Ce n'est que depuis quelques centaines d'années que l'humanité admet que des événements se produisent sans cause divine ou cosmique. Cela constitue certainement l'une des plus grandes barrières au développement des lois de probabilité.

- Les grands esprits qu'a connu le monde jusqu'à la fin du XVIième siècle ne se sont pas penchés avec intérêt sur les questions de probabilités: après tout, le hasard n'était associé qu'aux jeux de dés.

**Le savoir mathématique, au Moyen Age**

Les abbayes devenant insuffisantes assurer l'instruction, la première université d'Europe, celle de Paris, ouvrait ses portes en 1200, sous la protection de l'Eglise. Les premières universités n'offraient pas des cours, comme aujourd'hui, mais plutôt l'étude, pour tous, des textes sacrés. Elles n'avaient aussi que de bien petites bibliothèques, en ce temps d'avant l'invention de l'imprimerie: quelques dizaines de livres, tout au plus, représentant des semaines et des mois de labeur à en faire la copie.
En cette époque d'inquisition et de mysticisme, alors que les reliques font recette et que l'astrologie est en faveur, les mathématiques seront "sauvées" non par les universitaires, mais par les architectes et les artistes des cathédrales et par les négociants et les voyageurs.

Il ne faut donc pas voir cette époque comme une grande noirceur, mais plutôt comme un temps où le savoir pratique et utilitaire que nous respectons aujourd'hui était préservé par les gens du métier. Si peut de développements ont eu lieu durant cette époque, il faut peut-être en donner la responsabilité aux pauvres conditions d'existence, aux épidémies et aux famines qui font de la simple survie une occupation de tout instant, faisant peu de place à la recherche du savoir.

Il faudra donc attendre la Renaissance et même le XVIIième siècle pour que se développe un véritable esprit scientifique et pour que naisse la théorie des probabilités, théorie qui connaîtra un essor des plus importants lorsqu'on lui découvrira d'autres applications que celles offertes par les jeux.

Chapitre 2

# LE XVIIième SIECLE: LES JEUX DU HASARD ET DE LA PESTE

## Le rôle des juristes

Au XVII^e siècle, le climat politique plus favorable des pays de l'Europe du nord (sans négliger les améliorations apportées au chauffage et à l'éclairage des édifices encouragèrent le déplacement de l'activité mathématique des bords de la Méditerranée aux contrées septentrionales, vers la France, puis les Pays-Bas et l'Angleterre.

C'est alors une nouvelle catégorie de gens de sciences qui portera le flambeau des nouvelles mathématiques: les juristes. En effet, les universités, quoique de plus en plus nombreuses, sont encore le lieu de débats philosophiques et théologiques où la recherche, au sens où nous l'entendons de nos jours, n'a guère de prise.

Ces juristes, déjà formés à la connaissance du droit, n'avaient que relativement peu d'efforts à fournir pour acquérir le savoir mathématique de l'époque. Il se forma ainsi un petit noyau d'amateurs qui influencèrent cette science d'une manière remarquable: Pierre de Fermat, que nous rencontrerons bientôt en est un bel exemple. L'apport énorme des juristes aux mathématiques se fera particulièrement sentir dans la façon d'aborder les problèmes: ils lui ont apporté les traditions du droit, qui vinrent remplacer, en partie du moins, celles des Grecs. L'habitude de la jurisprudence conduisit ces amateurs et ceux qui les suivirent à faire reposer leurs affirmations sur des raisonnements clairs et logiques, basés sur des faits précis, plutôt que sur des convictions formées au contact des textes grecs.

## 2.1 LES JEUX DU HASARD OU LA NAISSANCE DE LA THEORIE DES PROBABILITES

Le jeu de dés, très à la mode au XVIième siècle, avait inspiré à quelques savants des considérations sur le dénombrement des chances des joueurs: Galilée était de ceux-là (voir annexe). Mais ce travail n'était pour eux qu'une distraction passagère et ils n'approfondirent pas leurs recherches. La science de l'époque était surtout utilitaire et se préoccupait peu d'une théorie, que nous nommerons la "théorie des probabilités", dont les applications ne semblaient pas, alors, dépasser le niveau des jeux de hasard.

### L'origine de la théorie des probabilités

> "Supposé qu'on joue plusieurs fois de suite avec deux dés, combien faut-il de coups au moins pour qu'on puisse parier avec avantage que, après avoir joué ces coups, on aura amené sonnez (i.e. double six)?"

C'est à peu près au cas [illegible] que le Chevalier de Méré, joueur "professionnel", propose à **Blaise Pascal**, mathématicien, de s'attaquer à des problèmes reliés aux jeux de hasard. En fait, le Chevalier posa deux questions très importantes à Pascal: la première a permis de jeter les bases de la théorie des probabilités et la seconde, que nous étudierons plus tard, a donné lieu à la définition du concept mathématique d'équité et de justice dans les contrats aléatoires.

Afin de discuter de ces questions, de chercher des solutions et de vérifier les siennes, Pascal commença, en 1654, une correspondance avec un autre grand "géomètre"[a] français de l'époque: **Pierre de Fermat**.

## Le rôle de la correspondance

En ce temps, en France particulièrement, les gens de sciences se communiquaient leurs sujets de recherche et leurs découvertes par des échanges de lettres. Cela leur permettait de communiquer leurs résultats et d'en discuter la validité avec leurs contemporains. Parfois, pour respecter les habiletés mathématiques d'un correspondant, on ne lui présentait qu'une partie de la démonstration, lui laissant ainsi le plaisir de découvrir lui-même les étapes manquantes. À l'occasion, on avouait complètement son échec face à un problème et on demandait de l'aide.

Cette habitude de correspondre a cependant eu comme conséquence que, bien qu'elles aient été nombreuses, peu de découvertes étaient rendues publiques. Les mathématiciens de l'époque, souvent autodidactes et plutôt solitaires, semblaient se satisfaire de l'approbation et des commentaires de leurs pairs.

C'est par un tel échange de lettres savantes et sans jamais se rencontrer, que deux célèbres mathématiciens vont jeter les bases d'une nouvelle discipline. Avant de s'intéresser davantage aux remarquables développements issus de la correspondance de Fermat et Pascal, introduisons ces personnages.

## Pierre de Fermat

Ce juriste, conseiller à la Chambre des requêtes de Toulouse, ne travaillait les mathématiques qu'à temps perdu.

Lorsque la Cours ne siégeait pas, il pouvait se consacrer à la recherche en physique et en mathématiques, à l'étude des langues et de la littérature. Le poste qu'il occupait l'obligeait à un certain isolement afin d'éviter les conflits d'intérêts, ce qui lui laissait de grandes périodes de loisir.

---

[a] C'est le nom qu'on donnait, en ce temps, aux mathématiciens.

On le considère comme l'un des plus grands mathématiciens de son époque, sinon le plus grand. Il a largement contribué à d'autres branches des mathématiques (calcul différentiel et intégral, géométrie analytique, théorie des nombres).

C'était un érudit tranquille, attachant et amical, au caractère affable et modeste. On ne se surprendra pas qu'il ait peu publié ses résultats. Il avait plutôt l'habitude d'ajouter quelques remarques aux traités des autres. Il écrivait ainsi, dans la marge des oeuvres qu'il lisait, les idées, réflexions ou commentaires que les textes lui suggéraient.

Pierre de Fermat
(1601-1665)

**Blaise Pascal**

Pascal, qui est considéré comme un jeune prodige, à l'esprit vif et aux capacités mentales étonnantes, reçut son instruction de son père. Ce dernier, constatant la délicate santé de son fils, ne lui permit pas l'étude des mathématiques. Il considérait que cette science exigeait trop d'efforts. Pascal s'y intéressa malgré tout et son père, lui-même mathématicien, remarqua son grand talent. Il participa dès lors à la formation mathématique de son fils et l'introduisit dans des rencontres de savants.

Pascal se consacra beaucoup à la géométrie et à l'algèbre. Il construisit une machine à calculer vers l'âge de 19 ans. Son oeuvre impressionna des mathématiciens renommés, comme Descartes.

Mais son état de santé (il passa la majeure partie de sa vie à supporter de vives douleurs et des insomnies fréquentes), de même que sa conversion au

Janséniste* lui feront cesser son travail sur les mathématiques. Peu de temps après sa correspondance avec Fermat.

Dans les dernières années de sa vie, il se consacra, dans une passion religieuse intense, à la lecture des Ecritures et à la méditation. Il écrivit alors ses Lettres à un provincial et ses Pensées.

Blaise Pascal
(1623-1662)

Les éléments de base de la théorie moderne des probabilités sont apparus dans la correspondance entre Fermat et Pascal, alors qu'ils discutaient du problème posé par le partage des mises dans les jeux de hasard (voir ces problèmes en annexe). Fermat expliquait clairement la nécessité de considérer tous les résultats possibles et de compter ceux d'entre eux qui sont favorables au joueur.

**Probabilité d'un événement aléatoire**

La probabilité d'un événement dû au hasard était enfin clairement définie: on l'obtient en faisant le rapport du nombre de cas favorables à la réalisation d'un événement au nombre total de cas, **supposés également possibles.** (voir annexe)

Voyons l'application de cette définition à l'aide d'un exemple.

Un joueur lance une pièce de monnaie bien équilibrée. Il peut obtenir F (face) ou P (pile). S'il lance deux pièces, les résultats peuvent être notés: FF, FP, PF et PP. En procédant de cette façon, nous pouvons énumérer les cas possibles du lancer d'un nombre quelconque de pièces.

---

* Le Jansénisme est une doctrine sévère selon laquelle l'homme doit mener une vie très pieuse et réservée s'il espère être sauvé.

Considérons le problème suivant: un joueur doit obtenir deux "face" en lançant huit fois de suite de normale. Quelles sont ses chances de réussir?

- On dénombre d abord tous les cas possibles, à l'aide d un arbre.

Il y a donc 16 éventualités.

- On compte ensuite le nombre de cas favorables au joueur: PPPP, PPPF, PPFP, PFPP, FPPP et PPFF.

- La probabilité d'obtenir le résultat souhaité se calcule ainsi:
$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{6}{16} = \frac{7}{8}$

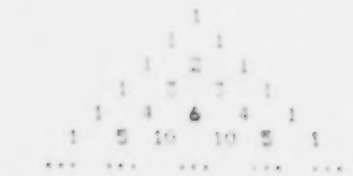
On peut facilement constater que l'absence d'une méthode systématique pour décrire en extension l'ensemble fondamental d une expérience rendait cependant cette tâche très difficile.

**Le triangle arithmétique**

Afin de simplifier de tels calculs, Pascal utilisa un arrangement de nombres considéré jusqu'alors comme un simple divertissement mathématique: le triangle arithmétique.

Cette suite de nombres naturels disposés en triangle était connue depuis longtemps. Ainsi, on retrouve le triangle en Chine au XIIIième siècle (soit 400 ans avant Pascal), dans les écrits des grands mathématiciens. L'un d'eux, Chu Shih-Chieh, dans son ouvrage "Miroirs précieux des quatre éléments", mentionnait que le triangle existait déjà, bien avant son époque.

Triangle chinois, dans le
"Miroirs précieux des
quatre éléments"




On observe que chaque nombre est la somme des deux nombres situés immédiatement au-dessus; par exemple, pour la cinquième ligne, 4 = 1+3, 6 = 3+3 et 4 = 3+1.

Quelques propriétés du triangle étaient connues depuis longtemps:

- la somme d'une quelconque rangée vaut deux fois la somme de la rangée précédente;
- la partie de gauche est l'image miroir de la partie de droite;
- chaque ligne fournit les coefficients ordonnés du développement du binôme $(a + b)^n$.*

**Analyse combinatoire**

En utilisant ce triangle pour calculer des probabilités, Pascal obtenait un moyen de considérer tous les cas possibles sans avoir systématiquement besoin de les énumérer. Cette recherche du nombre de façons selon lesquelles un événement peut se produire appartient à "l'analyse combinatoire".

---

* Par exemple, la quatrième rangée donne les coefficients de $(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$.

Pascal fut le premier à discuter sérieusement de cet arrangement de nombres dans son traité du triangle arithmétique, en 1654, en l'associant au calcul des probabilités. Pour cette raison, cet objet mathématique porte aujourd'hui le nom de ce savant: triangle de Pascal.

## Combinaisons

Pascal utilisa le triangle pour calculer les "combinaisons". Le nombre des combinaisons $C_n^r$ est le nombre de façons de choisir, sans tenir compte de l'ordre, un ensemble de r objets parmi n objets disponibles. Pascal montre qu'il s'agit du r-ième nombre de la n-ième rangée du triangle, et qu'il s'exprime de la manière suivante:

$$\frac{(n+1)(n+2)\ldots n}{(n-r)(n-r+1)\ldots 1}$$

ou en notation moderne, $\frac{n!}{r!(n-r)!}$.

Voyons un exemple de l'utilisation du triangle dans le calcul des probabilités, telle que conçue par Pascal.

Reprenons l'exemple de la page 11 et intéressons-nous au nombre de "face".

| | Nombre de "face" | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de pièces | 0 F | 1 F | 2 F | 3 F | 4 F |
| 1 | 1 | 1 | | | |
| 2 | 1 | 2 | 1 | | |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | |
| 4 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 |

Nous retrouvons le triangle de Pascal! En faisant le total sur une rangée, on obtient le nombre de résultats possibles du lancer des pièces. Avec quatre pièces, par exemple, on a 16 résultats possibles (1 + 4 + 6 + 4 + 1). D'autre part, le nombre 6 ($C_4^2$) représente le nombre de façons d'obtenir 2 "face" en lançant 4 pièces. La probabilité de cet événement est obtenue en faisant le rapport des deux: 6/16.

## Le problèmes de "points"

La seconde question que posa le Chevalier de Méré à Pascal était beaucoup plus difficile à résoudre:

Un joueur entreprend de faire un 6 en huit lancers d'un dé. Après trois lancers infructueux, il quitte la partie. Quelle est la portion des enjeux qui lui revient?

C'est le fameux "problème de points". La question de fond traitée dans ce problème est celle de l'équité dans un contrat aléatoire. En effet, le problème de points est d'une nature typiquement "légale": deux joueurs décidant d'interrompre le jeu avant le terme convenu, comment doivent-ils, selon l'état d'avancement de la partie, partager équitablement l'enjeu? Ce type de question demandait l'utilisation du concept d'espérance mathématique.

Avec Fermat et Pascal, le niveau de complexité des problèmes étudiés s'élevait considérablement. Auparavant, on ne s'était préoccupé que des résultats du lancer de quelques dés. Avec ces deux mathématiciens, on calculait maintenant les chances de gagner dans un jeu aux règles plus complexes et aux résultats plus variés. De plus, on cherchait maintenant à prévoir (calculer a priori) le gain monétaire auquel le joueur pourrait s'attendre en s'engageant dans un jeu. Les deux problèmes posés par le chevalier de Méré en sont des exemples.

On pourrait penser qu'un sujet aussi intéressant auquel deux grands mathématiciens ont consacré leurs énergies aurait suscité beaucoup d'intérêt et d'attention chez les autres savants. En fait, cela ne s'est pas produit et bien que plusieurs aient abordé ces questions, il devait s'écouler plus d'un demi-siècle avant que se produisent des développements significatifs.

**Premier traité de probabilité**

Un homme de sciences hollandais, **Christiaan Huygens**, mieux connu pour ses contributions à la physique (au mouvement des pendules, en particulier), corrigea cette situation en publiant en 1657 un petit traité sur les jeux de hasard: "De Ratiociniis in Ludo Aleae".

**Le latin, langue des sciences**

Il ne faut pas se surprendre du fait qu'un hollandais ait écrit un livre en latin, plutôt que dans sa langue maternelle: au XVIIième siècle, on considérait que le latin était la seule langue assez riche pour permettre l'explication des mathématiques et des autres sciences. Le latin facilitait aussi les communications entre des personnes de nationalités différentes, puisque cette langue faisait partie des apprentissages de toute personne bien éduquée.

Synthèse des travaux en probabilité

À cette époque, Paris était encore la capitale scientifique de l'Europe. Huygens y fit plusieurs séjours et c'est en une telle occasion qu'il entendit parler des problèmes discutés par Fermat et Pascal. Il tenta alors de les résoudre et fit parvenir ses solutions aux deux créateurs, à l'aide de plusieurs correspondances qui formèrent une véritable "chaîne de correspondance". Quatre mois plus tard (un délai raisonnable à l'époque), la réponse lui parvint enfin: Fermat et Pascal considèrent son travail remarquable et l'encouragent à poursuivre. Ils lui proposent d'autres problèmes, que Huygens ajoute à ceux qu'il possédait déjà.

Christiaan Huygens
1629-1695

Le petit livre de Huygens a ainsi réuni tous les travaux qui avaient été réalisés au sujet des probabilités. Écrit dans le style des livres scolaires d'aujourd'hui, le texte énonçait clairement et de manière systématique les définitions des concepts utilisés et les règles employées pour résoudre diverses questions. Pendant plus d'un demi-siècle, ce recueil servit de référence pour quiconque désirait s'initier ou vérifier ses habiletés dans le domaine des probabilités. Les grands mathématiciens qui s'intéressèrent aux probabilités ont tous développé des solutions aux problèmes qui y étaient exposés.

**Espérance mathématique**

Dans son traité Huygens développa le principe de l'espérance mathématique, idée que Pascal avait introduite dans la discussion de certains jeux de hasard. Il s'agit du gain moyen attendu par un joueur, à long terme, lorsqu'il participe à un jeu où il effectue une suite de gageures similaires.

Huygens donne une définition claire et définitive de la façon de calculer cette espérance. Il suffit de multiplier chaque gain en argent possible par la probabilité qu'il se produise et d'additionner les sommes d'argent ainsi calculées.

Huygens cherchait à calculer la valeur d'une gageure, soit le montant d'argent à demander aux participants à un jeu, afin de ne pas les désavantager. Voyons un exemple "actuel".

Une loterie propose un prix de 200$. Cent billets sont vendus pour ce tirage. Les chances de gagner sont de 1/100 et celles de perdre sont de 99/100. Cela signifie que le gain moyen espéré d'un participant est de

$$\frac{1}{100} \cdot 200\$ + \frac{99}{100} \cdot 0\$ = 2\$.$$

Ainsi, si le prix du billet est supérieur à 2$, le joueur n'a pas avantage à participer.

**Une idée difficile à accepter**

Le concept d'espérance mathématique utilisait des principes qui ont choqué certains contemporains de Huygens. La superstition était encore trop répandue et l'illusion d'influencer les résultats de jeux de hasard trop tentante pour que les joueurs acceptent la réalité d'un simple calcul des gains et des pertes. Huygens convaincrait-il plus facilement les gens d'aujourd'hui de la justesse de son calcul? (Voir annexe, sur des recherches récentes à ce sujet.)

## 2.2 LE JEU DE LA ... PESTE

Au XVIIIème siècle encore, pendant que Huygens expliquait l'espérance mathématique, l'Angleterre se remettait peu à peu de la peste. C'est de ce côté que nous nous tournons maintenant, pour observer les effets de cette épidémie sur l'évolution de la statistique...

En Angleterre, les mathématiciens ne perdaient pas leur temps à travailler des sujets aussi futiles que les probabilités! Ils avaient une vue plus utilitariste des mathématiques, qui persistera d'ailleurs pendant bien des années. Ce n'est donc pas un mathématicien, mais plutôt un marchand londonien, qui sera responsable des premières contributions anglaises - assez embryonnaires - à ce qui allait devenir une science reliée aux probabilités: la statistique. **John Graunt** s'intéressa particulièrement aux données sur la population de Londres.

### Les premiers recensements

Il est fréquent de nos jours de trouver, en tournant les pages d'une revue ou d'un journal, des données statistiques sur la population: nombre d'enfants inscrits à l'école primaire, répartition des québécois selon les groupes ethniques, distribution selon le sexe des étudiants universitaires, etc.

Mais l'inventaire que fait une nation de ses ressources humaines et matérielles n'est pas nouveau: déjà la Chine du IIIième siècle accumulait des données sur l'état de ses avoirs reliés à l'agriculture; l'Empire Romain recensait périodiquement sa population. Ce qui est nouveau ou du moins plus récent, est l'utilisation que l'on fait de ces données. En effet, autrefois, on faisait le décompte par énumération complète, sans pour autant utiliser ces données comme une base d'estimation, de prédiction et d'analyse de la population, comme on le fait aujourd'hui. On effectuait souvent des inventaires sélectifs, comme par exemple le dénombrement de la population en âge de combattre dans les armées ou celui des animaux de ferme. Les résultats de tels recensements étaient souvent gardés secrets, car ils faisaient état de la force militaire et économique des nations.

### Les registres de Londres

Suivant le mouvement déjà amorcé en Europe continentale, où l'on considérait que le nombre des sujets fait la force des Etats, l'Angleterre commença à tenir des registres de sa population en 1532, soit plus de 100 ans avant Graunt. On obligea alors les paroisses londoniennes à noter le nombre de décès de ses habitants (protestants seulement). Pourquoi les décès plutôt que les mariages ou les naissances? Parce qu'à cette époque, la peste faisait rage en Angleterre. Transportée d'Orient par les puces des rats dans les cales des navires, elle tuait les gens par milliers. Ce n'est que plus tard

que le roi Henri VIII oblige les paroisses de Londres à tenir des registres complets, relevant non seulement des décès, mais aussi des mariages et baptêmes.

**Les calculs de Graunt**

La peste a continué ses ravages, reprenant des forces à chaque quinzaine d'années. Pendant sa vie, Graunt connaîtra les pires années de cette épidémie. Etrangement, c'est cette maladie qui l'amènera à effectuer ses premiers calculs. En effet, pendant les années les plus meurtrières, on publiait pour les bourgeois des rapports hebdomadaire du nombre de décès attribuables à la peste. A la lecture de ces rapports, les bourgeois, avertis d'une recrudescence de l'épidémie, pouvaient quitter temporairement la ville et se réfugier à la campagne.

La Peste

Tous ces décès, si visibles autour de Graunt, deviendront la base de son intérêt pour la statistique et la démographie naissantes. Il sera le premier à utiliser cette abondance de données pour faire des statistiques sur les décès selon leurs causes, sur les naissances, sur la répartition de la population selon le sexe. Homme pratique, Graunt utilisera les nombres accumulés au fil des années pour déterminer quelle fut la pire année de la peste et en quel mois elle sévit le plus (août-septembre). Il établit aussi des tables de mortalité et calcula l'espérance de vie de ses contemporains. Ses plus beaux travaux ont porté sur diverses tentatives d'estimation de la population de Londres, à partir de données très fragmentaires, où il fait preuve d'imagination et d'audace.

**Les statistiques sont mal vues**

Ses calculs ont été mal reçus, à une époque où l'on considère qu'une telle recherche vise à s'immiscer dans les desseins de Dieu, qu'on ne devrait pas

chercher à connaître ainsi. D'autres, par contre, suivront Graunt et réussiront à tourner à leur avantage ces tableaux. Ainsi, au XVIIIème siècle, un certain Derham calculera qu'il y a plus d'hommes que de femmes à Londres, démontrant par là, dit-il, la volonté de Dieu: les hommes, plus utiles que les femmes, sont plus nombreux afin que leur nombre permette la formation d'armées plus importantes.

**Des données encore bien imparfaites**

Graunt a montré beaucoup de courage en travaillant avec des nombres si imparfaits qu'ils feraient frémir les statisticiens d'aujourd'hui. En effet, plusieurs données étaient absentes (celles concernant les gens qui n'étaient pas protestants, ou ceux qui étaient trop pauvres pour payer des baptêmes et des enterrements à l'église), d'autres données n'étaient pas très fiables. A ce sujet mentionnons que plusieurs décès n'étaient pas constatés par des médecins, mais plutôt par de vieilles femmes pauvres et sans éducation (qui d'autre aurait accepté de côtoyer les cadavres des pestiférés!). Ces femmes n'effectuaient pas une étude très détaillée des causes de décès et une somme d'argent discrètement offerte pouvait les convaincre de changer une mort par syphilis en un décès plus... respectable.

Pionnier anglais de la statistique, Graunt amorça un mouvement qui fit de l'Angleterre et de la Hollande le berceau de l'arithmétique politique et de l'économie, sciences concernées par l'état des populations et par les calculs relatifs aux avoirs des pays.

En ce milieu du XVIIième siècle, la probabilité et la statistique ne se sont pas encore rencontrées: la première fréquente les tables de jeux et la seconde fait sa place dans le commerce et la politique. Leur rencontre était cependant inévitable...

# DU XVIIIEME AU XVIIIIEME SIECLES: DES TABLES DE JEU A L'ASTRONOMIE

## 3.1 Le temps des Bernouilli

En cette fin du XVIIième siècle, les mathématiques des jeux de hasard étaient bien développées, grâce au travail de Pascal et de Fermat: elles avaient enfin connu une certaine diffusion grâce au travail de Huygens. Les idées s'étaient clarifiées et l'étude des jeux de hasard (ou expériences aléatoires) se faisait désormais par l'intermédiaire des permutations et des combinaisons, qui s'utilisaient dans le dénombrement des cas à considérer dans une grande variété de jeux.

### Un nouveau problème est posé

Les **Bernouilli** menèrent plus loin encore la question des probabilités en présentant un autre problème très important, qui s'avéra des plus fertiles. Jusqu'à ce moment, les calculs s'effectuaient à partir d'une situation aux données connues. C'est ce qu'on appelle un calcul "a priori". Sachant, par exemple, qu'une urne contient 5 boules rouges et 8 boules noires, quelle est la probabilité d'en tirer une boule rouge? Elle est de 5/13. Le problème "a priori" suppose une connaissance des proportions des boules de chaque couleur.

On pouvait cependant inverser la situation et essayer de découvrir, à partir des seules observations d'un jeu, les propriétés inconnues de ce jeu. On pouvait s'interroger aussi sur la certitude des propriétés ainsi découvertes. C'était là le début de l'inférence statistique. Ce problème s'énonçait facilement, de l'avis même de Bernouilli, mais sa résolution demanda des années d'efforts.

### La question de Bernouilli

> Supposons que j'ai déposé, sans que vous ne les voyiez, 3000 cailloux blancs et 2000 cailloux noirs dans une urne. Afin de déterminer la proportion des cailloux, vous pigez des cailloux l'un après l'autre et notez le nombre de cailloux de chaque couleur. Vous prendrez soin de toujours replacer le cailloux dans l'urne, afin de ne pas en changer le nombre. Combien de fois devrez-vous répéter cette expérience - une dizaine, une centaine, un millier de fois - avant de conclure, avec une certitude morale, que la proportion observée est bien de 3:2?

Jacques Bernouilli
1654-1705

Jacques Bernouilli travailla pendant vingt ans, et jusqu'à sa mort, à la détermination des chances "a posteriori", en considérant toutes sortes de cas, comme celui des urnes ou celui, plus concret, des jeux d'adresse où le décompte de tous les cas est impossible.

Il tenta un traitement formel, parce qu'il veut donner la preuve que plus on accumule de faits, plus près on se trouvera de la réalité. Il savait très bien, par contre, que seule une estimation serait atteinte, jamais une proportion exacte. De plus, il montra qu'on peut même mesurer l'étendue de la connaissance alors obtenue et fut le premier à proposer que la probabilité de voir une quantité aléatoire tomber dans un intervalle dépend de la longueur de cet intervalle.

**Une grande déception**

Ses résultats lui apportèrent cependant une grande déception. En effet, dans le problème de l'urne, il calcula qu'il faudrait pas moins de 25 550 observations pour s'assurer "moralement" de la justesse de l'estimation de la proportion de boules (à 2% près de la vraie proportion). Or, à cette époque, un tel nombre paraissait complètement déraisonnable! Imaginez: la population entière de Basel, sa ville de résidence, était inférieure à ce nombre et, en cette année 1725, on n'avait répertorié que 3000 étoiles! Le nombre obtenu, 25 550, était pour ainsi dire infini.

Jacques Bernouilli ne publia pas ces résultats de vingt années de recherche, probablement à cause de cette conclusion, de ce nombre alors si extravagant. C'est son neveu qui s'en chargea, après la mort de son oncle.

**La famille Bernouilli**

**On ne peut parler d'un Bernouilli sans glisser un mot sur sa célèbre famille. Les Bernouilli c'est, en trois générations seulement, huit mathématiciens, dont plusieurs ont été vraiment remarquables. La plupart d'entre eux ne se dirigeaient pas vers des carrières de mathématiciens et pourtant, ils finis-**

suivent tous par la suite. Ainsi, Jacques Bernoulli était destiné à la théologie mais s'y opposa et étudia plutôt les mathématiques et l'astronomie. Mais il n'a pas travaillé que les probabilités. Il a appris le "nouveau" calcul différentiel de Leibniz par lui-même et l'a porté à un niveau bien supérieur à celui de ses créateurs. Il ne s'entendait pas très bien avec son frère, Jean, avec lequel il était en guerre perpétuelle. Ils se querellaient sur des sujets mathématiques, en s'échangeant des lettres terribles. Dans leurs dernières années, la correspondance était d'ailleurs devenue leur seul mode de communication.

**La théorie mathématique des probabilités**

Les travaux de Jacques Bernoulli ont marqué le début d'une véritable théorie mathématique des probabilités et la fin de l'émergence de ce concept. Son oeuvre, publiée posthume en 1713 par son neveu Nicolas, le "Ars Conjectandi", est une mise en ordre des connaissances sur les probabilités ainsi que de leurs applications possibles.

Extrait de Ars Conjectandi

Ce grand éducateur minutieux avait pris soin de noter, dans des cahiers, tous les problèmes auxquels il travaillait, et ce, dès 1680. Dans le volume qu'il en tira, il traita du travail de Huygens, Alaae Ludo, qu'il inclut d'ailleurs complètement, de la théorie des permutations et combinaisons (il développe le concept de binômiale), de ses applications aux jeux de hasard et finalement de ses applications possibles dans les affaires civiles, morales et économiques.

**La probabilité inverse**

Mais c'est dans la quatrième partie de son volume que son oeuvre révèla toute sa dimension. Il y traitait de la **probabilité inverse** ou comment trouver des

limites à l'intérieur desquelles, par la répétition d'une expérience, la probabilité d'un événement approcherait infiniment près d'une probabilité donnée. On voit aussi apparaître une formulation de la très importante loi des grands nombres (en augmentant suffisamment le nombre d'observations, tout degré de précision fixé à l'avance peut être atteint).

## Les mathématiques de cette époque

A la fin du XVIIIème siècle, partout en Europe les mathématiques firent des bonds de géants. L'algèbre se développa et s'organisa avec René Descartes qui a inventé la géométrie analytique, les systèmes d'axes et de coordonnées et la représentation des courbes par des équations algébriques comme $f(x,y) = 0$. Le calcul différentiel et intégral, instrument mathématique si puissant, naissait, aussi, des mains d'Isaac Newton et de Leibniz.

Les probabilités prirent à cette époque un air de respectabilité, puisque même les nobles et les membres du clergé y travaillaient. Il en a d'ailleurs été dit: "Il sera utile, non seulement aux joueurs, mais à tous les hommes, de savoir que la chance a des règles qu'on peut connaître et que l'ignorance de ces règles peut leur faire faire des fautes".

## L'approximation de la binômiale par la normale

Avec **Abraham De Moivre** et sa "Doctrine des chances", les notions d'événements indépendants, de probabilité conjointe et de probabilité conditionnelle firent surface. Il discuta aussi de la variable aléatoire du mathématicien Poisson (que ce dernier mentionnait à peine dans ses propres publications), de la variable binômiale et de l'exponentielle.

## Extrait de la Doctrine des chances

Ce protestant français, qui a quitté son pays natal pour Londres afin d'éviter la persécution envers les gens de sa religion, calcula en 1733 ce qu'on appelle aujourd'hui "l'approximation de la binomiale par la normale".

En faisant ce calcul, il suivit le courant de son temps, alors qu'il était désormais possible d'utiliser une intégrale comme moyen d'approximation d'une somme. Il n'attacha cependant pas beaucoup d'importance à la fonction de la courbe normale, sauf pour l'approximation qu'elle permettait: on était encore loin de la fonction de densité de probabilité!

Il la décrivit quand même comme la courbe obtenue lorsque les termes de la binomiale sont placés debout, à des distances égales les uns des autres et perpendiculairement à une droite (diagramme en bâtons). Il en étudia le maximum et les deux points d'inflexion de la courbe. Il s'en servit pour évaluer les chances que le résultat d'une binomiale tombe à l'intérieur de ± 1, 2 ou 3 écarts (ou), comme nous le faisons aujourd'hui avec l'écart-type. On commençait donc, tranquillement, à réaliser que dans l'accumulation de mesures indépendantes, la précision croît avec la racine carrée de la taille de l'échantillon.

## Le bon modèle mathématique

La difficulté à laquelle firent face Bernoulli et De Moivre fut le choix du modèle mathématique avec lequel travailler. En effet, ils préféraient travailler avec des exemples soumis à la binômiale. Cela étaient bien sensé, puisque cette dernière paraît bien simple avec ses deux seuls résultats possibles, à chaque expérience: le succès ou l'échec. Mais la situation devint beaucoup plus complexe lorsqu'ils essayèrent de raisonner en probabilité inverse et qu'ils durent, comme nous l'avons vu, approximer la binômiale avec une normale.

## Le faible rayonnement des travaux de De Moivre

Avec le recul, il est facile de reconnaître l'importance des travaux de ce mathématicient et toutes les possibilités qui s'offraient alors pour résoudre le problème de la quantification de l'incertitude, dans une grande variété de problèmes scientifiques. Pourtant, ses contemporains n'ont pu voir la porte qu'ouvrait son oeuvre.

**C'est en fait du côté de l'astronomie et des mathématiciens français qu'il faudra se tourner pour découvrir les prochains grands moments des probabilités.**

## I.2 Le temps des astronomes

> "Il est remarquable qu'une science, qui a commencé avec la considération de jeux de hasard, devienne le plus important objet de la connaissance humaine. Les plus grandes questions de la vie sont, pour la plupart, des problèmes de probabilités."
>
> Pierre-Simon de Laplace

En astronomie, un problème était le sujet de nombreuses conversations: celui de l'évaluation des mouvements et des positions relatives de la Lune et de la Terre. En effet, ces observations étaient d'une importance capitale, car elles servaient au calcul des longitudes, elles-mêmes nécessaires à la navigation commerciale ou militaire. Ce problème, qui peut nous sembler bien théorique, reçut donc beaucoup d'attention.

### De nombreuses questions

On se posait alors les questions suivantes: comment combiner des observations astronomiques discordantes? Comment réconcilier des observations différentes d'une même quantité inconnue? Quelle est la distribution de ces observations, lorsqu'elles ne diffèrent que l'on commet en observant? Est-il préférable d'estimer la position réelle d'un corps céleste par une seule observation d'un très bon astronome ou vaut-il mieux prendre la moyenne de plusieurs d'entre elles? Risque-t-on, avec une telle moyenne, d'accumuler les erreurs d'observation et de s'éloigner considérablement de la valeur cherchée?

### La qualité des observations astronomiques

L'opinion courante avait été, pendant longtemps, qu'une seule bonne observation était aussi précise que la moyenne arithmétique de plusieurs d'entre elles, même si dès la fin du XVIème siècle on songeait parfois à les combiner deux à deux.

Vers le milieu du XVIIIème siècle, l'habitude de prendre la moyenne des observations astronomiques d'une même observateur devenait courante. Des réputations furent ainsi créées pour certains scientifiques, que l'on considéra comme des observateurs hors-pair, parce que leurs résultats variaient très peu au fil des années et ne s'écartaient pas d'une manière remarquable de ceux des astronomes en général.

Mais ce jugement ne peut être que qualitatif. En effet, comment évaluer la précision d'une observation lorsqu'on ne connaît même pas la valeur réelle du nombre qu'on essaie d'évaluer? Avec la moyenne arithmétique, qui pouvait

[illegible] alors un rôle véritablement statistique, alors qu'on apprit à s'en servir pour évaluer la qualité des observations effectuées.

### Le rôle du calcul différentiel

L'application du calcul différentiel et intégral, qui s'étaient très bien développé avec les contributions de nombreux mathématiciens, permit d'étendre le calcul des probabilités des cas discrets traités par Jacques Bernouilli (comme celui de la binômiale) au cas continu, envisagé par de Moivre et ceux qui suivirent.

### Cherchez l'erreur

Le mathématicien Simpson fut le premier à changer l'objet à l'étude. Jusque là, on étudiait la distribution des observations astronomiques; Simpson songea à étudier plutôt le comportement de l'erreur, soit de la différence entre chaque observation et la moyenne de celles-ci (moyenne d'échantillon). Comme la position réelle du corps céleste à observer demeure inconnue, il était cependant difficile de quantifier la différence entre les observations et cette valeur réelle inconnue. Tout le problème résidait dans la decouverte du bon modèle pour décrire ces distributions.

### Gauss et la normale

Le géant des mathématiques, Gauss, postula que lorsqu'on étudie des mesures d'une même valeur à observer, si elles sont aussi fiables les unes que les autres, la moyenne arithmétique sera sa valeur la plus probable. Gauss en déduisit que la distribution des erreurs, assumée continue, était nécessairement de forme normale.

Carl Friedrich Gauss
1777-1855

[illegible] objectif [illegible]: déterminer (estimer) des inconnues (paramètres) de telle manière que chaque erreur devienne très petite et que les erreurs extrêmes (positives ou négatives) soient gardées à l'intérieur de certaines limites. Le principe que Gauss proposa pour ces calculs est la minimisation de la somme des carrés des erreurs, ce qu'on appelle aujourd'hui les "moindres carrés". Et ce sont les moindres carrés qui le conduisirent à la "redécouverte" de l'équation de la courbe normale, oubliée depuis les travaux de de Moivre.

Gauss fit une étude laborieuse et très complète de la courbe en forme de cloche. On l'appelle d'ailleurs encore aujourd'hui "la gaussienne".

### Le rôle de Laplace

En quarante ans de travail, Pierre-Simon de Laplace développa la théorie analytique des probabilités (1812). Pour lui, la théorie des probabilités n'est que le gros bon sens exprimé en chiffres. Il fit les plus importants et les plus complexes travaux des débuts des probabilités. Son oeuvre eut une influence capitale dans le développement de l'inférence.

### Les mathématiciens de la Révolution

Le XVIIIième siècle fut celui de nombreuses révolutions, autant politiques* que sociales ou scientifiques. Le centre du savoir n'est pas encore l'université; il se trouve plutôt dans les écoles de l'Eglise ou des militaires.

Plusieurs scientifiques français ont pris part aux événements politiques révolutionnaires de leur époque. Ils ont occupé plusieurs postes importants dans les gouvernements qui se sont succédés. Tous ne s'en sont pas très bien sortis: certains ont eu la tête tranchée par la guillotine, d'autres ont été exilés.

### Pierre-Simon de Laplace

Cet important mathématicien, fils de paysans, réussi à gravir de nombreux échelons de l'échelle sociale, se retrouvant finalement à l'Académie française des Sciences. Il était considéré comme le "Newton français", car il a appliqué les lois de la gravitation à tout le système solaire, à une époque où chez les français, la gravitation était considérée par plusieurs comme inintelligible ou en tout cas bien mystérieuse.

---

* En 1776, la Révolution américaine; en 1789, la Révolution française.

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Il a évité les tourments politiques de son époque en changeant ses loyautés, selon les régimes et en ne participant pas vraiment aux actions révolutionnaires de son temps.

Tout de même, Napoléon le fait Ministre de l'Intérieur. Laplace n'occupa ce poste que six semaines et fut démis de ses fonctions par Napoléon qui lui reprocha de "introduire dans l'administration l'esprit du calcul infinitésimal.

**Les travaux de Laplace**

Dans le développement de sa théorie analytique (i.e. faisant recours à l'analyse) des probabilités, l'erreur (ou différence entre l'observation et la valeur réelle) devint définitivement la variable à étudier. Il prouva le postulat de Gauss: la moyenne arithmétique est meilleure comme estimation de la valeur inconnue qu'une seule observation, quelle qu'elle soit. Finalement, son théorème de limite centrale, montrant que, si le nombre de termes est assez grand, toute somme ou moyenne suit approximativement une courbe normale.

**La situation, au début du XIXième siècle**

En ce début du XIXième siècle, avec la mort de Laplace à l'âge de 78 ans, se termine une époque. Les développements de Gauss et Laplace ont atteint un haut niveau de raffinement et étaient désormais largement connus, diffusés et traduits.

Mais si ces résultats connaissaient un large étalement géographique, il n'en était pas de même de leur utilisation. En effet, leurs calculs étaient encore confinés à la science qui leur avait donné naissance: l'astronomie. L'utilisation de méthodes statistiques et d'inférence dans les sciences sociales n'était pas encore commencée, mais elle n'allait pas tarder.

Les travaux sur les probabilités gardaient encore leur image d'une théorie basée des fondations fragiles. L'augmentation du standard de rigueur dans toutes les autres branches des mathématiques ne les avantageaient pas. Ce

c'est d'ailleurs ou au niveau global avec la clarification de ses concepts de base et avec l'établissement de liens avec d'autres disciplines mathématiques que la théorie des probabilités trouvera sa "respectabilité".

Chapitre 4

# LE XIXième SIECLE: L'ERE DES STATISTIQUES HUMAINES

## La science du XIXième siècle

Le XIXième siècle a été une période de grand changement pour la science. En fait, la science et l'enseignement de la science ont alors trouvé la forme qu'on leur connait aujourd'hui. Plusieurs nouveaux champs de savoir sont nés, dès la première moitié du siècle: l'anthropologie, l'archéologie, la biologie cellulaire, la psychologie, la chimie organique.

La profession de scientifique devenait un emploi rémunéré et les universités développaient leurs centres de recherche. Désormais, enseignement et recherche iront de pair. Les travaux scientifiques deviennent largement publiés, même au niveau international, et le public devient sensible et critique face aux travaux des scientifiques. De plus en plus, on acquiert la conviction que la science pourra ultimement expliquer tous les phénomènes.

## 4.1 Une percée dans les sciences sociales

Pendant ce siècle, quelques tentatives ont été faites pour appliquer la théorie des probabilités à des problèmes sociaux. Graunt avait été un précurseur dans le domaine de l'étude des populations, en analysant celle de la ville de Londres. Certains l'ont suivi. Ils ont travaillé à découvrir les modes d'élection les plus équitables, à analyser l'influence de la composition d'un jury sur les décisions de la justice, etc. Les probabilités acquéraient aussi plus de noblesse lorsqu'on les a utilisées pour déterminer si l'inoculation contre la variole, par un vaccin qui venait d'être découvert permettrait réellement (statistiquement) de sauver des vies. Laplace prouve que la distribution de probabilité de l'espérance de vie à tout âge donné tend vers une normale.

## La réunion des statistiques et des probabilités

**Adolphe Quételet** a été le premier scientifique qui tenta d'appliquer avec conviction les statistiques aux sciences sociales, non seulement en accumulant des données, comme cela se faisait déjà, mais surtout en s'efforçant de les analyser rigoureusement. Il fit aussi la première utilisation des résultats de la théorie des probabilités dans la science des statistiques, joignant, enfin, les deux branches de ce qui constitue aujourd'hui une seule discipline mathématique.

Adolphe Quetelet

Lambert Adolphe Jacques Quetelet est né à Gand en Belgique, en 1796. Il commença à enseigner les mathématiques dès l'âge de 17 ans. Il écrivit de la poésie, collabora à des opéras et travailla comme apprenti dans des studios d'artistes. A 22 ans, il a été nommé professeur de mathématiques à l'Académie belge des Sciences où il attira les foules par ses conférences brillantes sur des sujets scientifiques ésotériques.

Il avait une formation d'astronome et fut chargé des recherches visant à construire un premier observatoire en Belgique. C'est en allant en France pour visiter des observatoires qu'il rencontra Laplace et qu'il s'intéressa vivement à l'étude des probabilités. Ce remarquable scientifique a dominé la science belge de la première moitié du XIXième siècle, par son énergie, sa curiosité et son zèle villanites.

Adolphe Quetelet
1796-1874

**La physique sociale**

Sa vision était très originale: il voulait joindre l'étude des phénomènes terrestres à celle des phénomènes célestes. Il considérait que tout ce qui a trait à l'humanité considérée comme un ensemble - les statistiques morales, comme il les appellait - est du même ordre que les faits physiques observables. Il voulait appliquer la rigueur et les techniques de l'astronomie aux crimes, aux mariages, aux suicides, à tous les phénomènes sociaux. Il cherchait à développer une "physique sociale". Il défendit la nécessité de mener des enquêtes rigoureuses et quantifiées, basées sur des lois de société aussi rigoureuses que celles de la physique.

Quételet élargissait alors le sens du mot "statistique". Jusqu'alors, ce mot signifiait "l'étude des ressources des Etats". Il en fit "l'étude de toutes les données sur l'humanité et sur l'homme".

## Une magnifique vision des mathématiques

Pour Quételet, les statistiques formeraient le vocabulaire international pour une science (sociale) dont le grand but serait d'améliorer la société. Plus une science devient avancée, croyait-il, plus elle entre dans le domaine des mathématiques. Il décrivait les mathématiques comme un pôle vers lequel toutes les sciences convergent inévitablement. D'après lui, on devait même juger du degré de perfectionnement d'une science en considérant la facilité avec laquelle on peut la traiter avec des calculs.

Lorsqu'il publia ses idées, il obtint presque immédiatement une réputation mondiale.

## Ses premiers travaux

C'est au Bureau de la statistique des Pays-Bas (Belgique et Hollande) qu'il réalisa ses premiers travaux. Il avait pour tâche d'analyser les données de population qui ont déjà été accumulées et de planifier le prochain recensement pour 1829.

Il commença d'abord par une tentative d'estimation de la population mais laissa finalement tomber ce projet pour se consacrer plutôt à la préparation d'un recensement complet de la population.

## Population et échantillon

Aujourd'hui, les recensements complets de la population ne sont entrepris qu'à tous les dix ans (au Canada). De tels recensements sont trop coûteux pour en faire plus fréquemment. On procède donc souvent par sondage, en choisissant des échantillons seulement des populations visées. Tous les procédés d'inférence statistique mis au point depuis l'époque de Quételet nous permettent d'analyser une population par le biais des résultats observés sur les échantillons. Ce processus s'accomplit avec un faible pourcentage d'erreur.

À son époque, Quételet, lui, était prisonnier d'un débat: peut-on vraiment se fier à des résultats calculés à partir d'échantillons seulement? De nombreux facteurs affectent les quantités à mesurer et on ne possédait pas assez d'informations pour isoler les facteurs qui pourraient modifier les résultats de manière importante. Tout cela faisait douter les contemporains de Quételet de la valeur réelle du travail réalisé sur des échantillons. Les chercheurs en sciences sociales auraient besoin de données massives, amassées sous une grande variété de circonstances, avant de se convaincre, comme les astronomes l'avaient fait avant eux, que les quantités qu'ils mesurent ont une stabilité suffisante pour permettre la mesure de l'incertitude des estimés faits à partir des échantillons.

## Les données homogènes

On était alors si conscient de la multitude de facteurs potentiellement influents qu'on n osait qualifier les données d homogènes, c'est-à-dire qu'on n osait pas affirmer que les fluctuations qu elles présentant ne sont dues qu au hasard, et non pas à des facteurs particuliers. On ne se risquait surtout pas à faire d'un tel jugement une hypothèse de travail.

On ne pouvait alors imaginer que trois solutions pour sortir de l impasse:

- étudier exhaustivement tous les facteurs en espérant isoler tous ceux dont l influence est importante, ce qui permettrait une catégorisation homogène;
- accumuler tant de données que des variations dues à de tels facteurs seraient négligeables et permettraient l analyse des données, sans se livrer à des calculs d incertitude;
- trouver une méthode pour évaluer l homogénéité des données recueillies.

## L'accumulation des données

Le développement de la recherche en statistiques au XIXième siècle a principalement utilisé les deux premières solutions. La fondation d'un grand nombre de sociétés savantes, la publication de journaux voués à la recherche, la croissance de bureaux nationaux et l'introduction de congrès internationaux tous consacrés aux statistiques ainsi que le développement des recensements montrent qu on préférait éviter d avoir recours à des données incomplètes ou partielles.

## L'approche différente de Quételet

La troisième approche consistait à trouver une méthode pour évaluer l'homogénéité de données, c est-à-dire à développer des tests d'homogénéité. C'était certainement l avenue la plus difficile; c est pourtant celle que Quételet a choisi.

## La loi des causes accidentelles

Quételet était tout simplement émerveillé par les travaux en astronomie. Qu'une seule composante d'une mesure - l'erreur - soit totalement imprédictible, mais que la moyenne de plusieurs de celles-ci soit sujette à une loi d'une forme spécifique si remarquable (la normale) l'inspira.

Pour lui, la loi établie par des observations astronomiques le servit aussi de la taille des hommes ou des taux de crimes. Il voyait cette "loi des causes accidentelles" comme le modèle qui gouverne les individus autant que les peuples, les qualités morales et intellectuelles aussi bien que physiques.

## La normale... à toutes les sauces

Ainsi, vers le milieu des années 1840, Quételet proposa une idée très provocante mais surtout très influente: toute distribution naturelle de données correctement récoltées et classées suivrait une courbe normale. Inversement, si des observations se distribuent normalement, alors elles peuvent être traitées comme étant homogènes, ne différant que par des aspects aléatoires, des causes accidentelles, et on peut alors en faire l'étude. Un statisticien a plus tard qualifié de "Quételisme" cette façon de considérer toute courbe présentant un maximum comme une normale.

Il tenta donc de développer des moyens pour déterminer si un ensemble de données suit une distribution normale et pour juger si l'éloignement de la forme normale est suffisant pour rejeter ce modèle.

Il eut beaucoup de courage car un nombre inconcevable de calculs était requis pour appliquer ses méthodes.

Mais l'hypothèse de Quételet était fausse. Toutes les distributions semblables à la normale ne le sont pas nécessairement. L'analyse qu'il fit en se basant sur cette hypothèse donnait parfois des résultats qu'on savait être faux. Par exemple, son analyse ne permettait pas de déceler l'hétérogénéité reconnue de données sur la race. Mais les efforts qu'il mit à ajuster ses données à une courbe normale ainsi que sa façon très claire de poser le problème ont attiré la curiosité de scientifiques qui, plus tard, parviendront à créer des tests d'homogénéités (tests du chi-deux).

## Les nombreuses variables étudiées

Quételet s'intéressa à des tas de relations potentiellement significatives entre les caractéristiques humaines, à travers la compilation de nombreuses tables et de graphiques. Il compara généralement deux caractéristiques à la fois, par exemple: les naissances (ou les décès) selon le mois (ou la ville, la température, l'heure du jour, la profession, la saison). Il tenta aussi de relier le mois de conception aux statistiques sur les mariages. Il étudia la taille, le poids, la rapidité de croissance, la force des individus, l'alcoolisme, la folie, les suicides et les crimes.

Tout tel ce qui était vrai des observations astronomiques le serait aussi de la taille des hommes ou des taux de crimes. Il voyait cette loi des causes accidentelles" comme le modèle qui gouverne les individus autant que les peuples, les qualités morales et intellectuelles aussi bien que physiques.

## La normale... à toutes les sauces

Ainsi, vers le milieu des années 1840, Quételet proposa une idée très provocante mais surtout très influente: toute distribution naturelle de données correctement recueillies et classées suivrait une courbe normale. Inversement, si des observations se distribuent normalement, alors elles peuvent être traitées comme étant homogènes, ne différant que par des aspects aléatoires, des causes accidentelles, et on peut alors en faire l'étude. Un statisticien a plus tard qualifié de "Quételisme" cette façon de considérer toute courbe présentant un maximum comme une normale.

Il tenta donc de développer des moyens pour déterminer si un ensemble de données suit une distribution normale et pour juger si l'éloignement de la forme normale est suffisant pour rejeter ce modèle.

Il eut beaucoup de courage car un labeur inconcevable de calculs était requis pour appliquer ses méthodes.

Mais l'hypothèse de Quételet était fausse. Toutes les distributions semblables à la normale ne le sont pas nécessairement. L'analyse qu'il fit en se basant sur cette hypothèse donnait parfois des résultats qu'on savait être faux. Par exemple, son analyse ne permettait pas de déceler l'hétérogénéité reconnue de données sur la race. Mais les efforts qu'il mit à ajuster ses données à une courbe normale ainsi que sa façon très claire de poser le problème ont attiré la curiosité de scientifiques qui, plus tard, parviendront à créer des tests d'homogénéités (tests du chi-deux).

## Les nombreuses variables étudiées

Quételet s'intéressa à des tas de relations potentiellement significatives entre les caractéristiques humaines, à travers la compilation de nombreuses tables et de graphiques. Il compara généralement deux caractéristiques à la fois, par exemple: les naissances (ou les décès) selon le mois (ou la ville, la température, l'heure du jour, la profession, la saison). Il tenta aussi de relier le mois de conception aux statistiques sur les mariages. Il étudia la taille, le poids, la rapidité de croissance, la force des individus, l'alcoolisme, la folie, les suicides et les crimes.

Le rôle de la société

C'est en effectuant des calculs sur de telles données que Quetelet remarqua une constance, au fil des années, dans les proportions de crimes par rapport à la population. Cela l'amena à penser qu'on peut prédire combien d'hommes seront des meurtriers ou combien seront des faussaires et cela, d'une manière très sûre.

Selon lui, la société contient le germe des crimes qui seront commis, tout comme elle contient les conditions qui permettront au criminel de se développer. C'est la société qui, d'une certaine façon, prépare le terrain pour le criminel qui lui n'est que l'instrument.

Quetelet fut attaqué pour avoir utilisé sa physique sociale pour nier le pouvoir individuel de choisir entre le bien et le mal. Ses opposants durent cependant admettre que Quetelet a mis en évidence les forces qui agissent sur la société de même que la possibilité d'éviter le crime en améliorant les institutions, les habitudes, l'éducation et tout autre facteur du même type qui pourrait influencer le comportement des individus.

En près de cinquante ans, les nombreuses observations qu'il a faites sur l'humanité et toutes les statistiques qu'il a compilées l'amenèrent à développer le concept d'**homme moyen**.

**L'homme moyen**

Quetelet décrivit cet homme à partir des nombreuses caractéristiques qu'il avait étudiées: il résuma en l'homme moyen les données anthropométriques des populations de manière à les comparer d'un coup d'oeil, pour établir leurs liens ou leurs différences. C'est l'individu type ou standard représentant une nation, une population. Pour tracer ce profil, il considéra toutes sortes de caractéristiques: la propension au crime, l'alcoolisme, la taille, le poids, le sexe, l'âge, etc.

Ce nouveau concept a captivé l'imagination de ses contemporains. Il illustrait l'idée très égalitaire d'une homme commun et il le faisait d'une manière précise et scientifique, très proche de la pensée du XIXième siècle. L'homme moyen devenait un symbole vivant et concret de la société.

**L'héritage de Quételet**

L'héritage laissé par Quetelet a permis à la statistique de prendre la place qui lui revient aujourd'hui: la publicité qu'il donna à cette nouvelle science des statistiques par sa correspondance avec plus de 2500 scientifiques, politiciens et gens de lettres du monde entier, les pressions qu'il fit

sur les gouvernements des nations pour les encourager à cueillir des données statistiques ont eu une portée énorme.

## Un visionnaire

La discussion de ce que devrait être une bonne méthode statistique et sa vision de l'avenir des statistiques se lisent aujourd'hui avec émotion. Après tout, ces textes ont été écrits au siècle précédent celui qui pourrait s'appeler l'ère des statistiques!

## Les applications en psychologie

Il ne faudrait pas croire que l'application des statistiques à des domaines traitant de l'homme ait toujours représenté un défi presque insurmontable. En psychologie, les statistiques ont même aidé à créer un nouveau secteur: la psychologie expérimentale. Cette nouvelle discipline a été créée au début du dix-neuvième siècle, alors que l'un de ses principaux sujets de discussion était l'étude des temps de réaction.

Les méthodes statistiques ont pu s'implanter rapidement en psychologie expérimentale parce qu'on pouvait y faire un contrôle complet des conditions, un "design expérimental", semblable, en ce sens, aux situations rencontrées en astronomie.

Dans les sciences sociales où cette facilité de contrôle semblait inexistante, une utilisation fructueuse de méthodes statistiques basées sur les probabilités n'a pu se développer aussi rapidement. En fait, même aujourd'hui ce développement est loin d'être complet.

4.2 Les statistiques colonialistes

A partir de 1880, des mathématiciens sont parvenus à construire une méthodologie qui pourrait jouer en sciences sociales le rôle du design expérimental en psychologie. Tout cela a commencé avec Francis Galton, gentleman-scientifique, et se poursuit, à l'aube du XXième siècle avec les travaux de mathématiciens qui ont laissé leurs noms aux méthodes que nous employons aujourd'hui.

C'est une véritable révolution statistique qui se préparait.

**Francis Galton**

Francis Galton, scientifique aux intérêts variés et à la curiosité illimitée, était le parfait reflet de son époque: l'époque victorienne*. Comme elle, il avait son côté colonialiste (il fit des explorations en Afrique), son côté industriel (il inventa un moteur) et son côté maritime (il conçoit des cartes de navigation). Certaines de ses inventions sont encore en usage aujourd'hui: la terre anticyclone, par exemple, pour le phénomène météorologique ou il découvrit ainsi que les cartes météorologiques paraissant dans les journaux (la première de celles-ci, de la plume de Galton, paraissait dans le Times le 1er avril 1875).

Francis Galton
1822-1911

---

* Du nom de la reine Victoria, qui occupait alors le trône de l'Empire britannique.

## La météorologie

C'est dans ce domaine que se sont d'abord concrétisés ses intérêts et ses habiletés pour les statistiques. Il fit parvenir un questionnaire à toutes les stations météorologiques d'Europe, leur demandant de noter toutes sortes de valeurs, pendant un mois complet. Il utilisa ensuite des cartes qui combinaient ingénieusement divers symboles pour la direction du vent, la température et la pression barométrique. C'était le triomphe des méthodes graphiques, qui permettaient de tirer des constatations d'un amas de données.

## Tout compter

Galton était une bonne pratique qui aimait compter. Il se donna à sa manie d'une manière débordante, dans des situations et pour des sujets pour le moins amusants. Il publia, le plus sérieusement du monde, ses résultats dans des revues: nombre de coups de pinceau dans un portrait qu'un peintre avait fait de lui, mesure de l'ennui que créent certains orateurs par le décompte des mouvements dans l'auditoire.

## Des opinions particulières

Certains de ses calculs reflétaient sa mauvaise opinion des femmes et un racisme certain. En cela, il s'accordait bien avec ses contemporains. Ainsi, d'après ses calculs, les femmes auraient les sens moins développés que ceux des hommes (d'ailleurs, disait-il, cela est déjà bien connu en commerce, où elles évaluent mal la qualité des marchandises). Lorsque ses calculs l'amenèrent à conclure que les femmes sont malgré tout plus sensibles que les hommes sur la nuque, il y vit non pas une contradiction, mais un rapprochement avec les chats domestiques. Il a même établi, en se promenant dans les rues des villes britanniques, une carte géographique de la beauté des femmes, qu'il classait selon ses propres goûts.

Il mesura aussi les indigènes des colonies, en ayant recours au sextant lorsqu'il ne pouvait les approcher. On peut vraiment parler ici de persévérance et d'entêtement! Il songea même à mesurer l'efficacité de la prière en comparant les taux de guérison des gens pieux à ceux des autres.

Cet homme, qui a pu se livrer à des calculs aussi mal fondés et à des recherches aussi mal bâties que farfelues, a pourtant joué un rôle important dans le développement des statistiques.

L'hérédité

Le plus grand sujet d'investigation de Galton fut l'hérédité. Nous sommes alors à l'époque où Charles Darwin, son cousin, publiait "L'origine des espèces" (1859) et où le moine Grégor Mendel formulait les lois de l'hérédité. La théorie de Darwin ne fut pas très bien reçue chez ceux qui pouvait difficilement imaginer un lien de parenté entre les humains et les singes et aussi chez ceux qui y voyaient une contradiction avec les textes bibliques. Aujourd'hui largement acceptée, la théorie de l'évolution des espèces a donc du faire face à de nombreuses critiques. Mais l'utilisation que fit Galton de la théorie de son cousin allait donner à l'évolution des espèces une saveur qui la rendit encore plus difficile à digérer.

Galton pensa utiliser ses données statistiques pour donner à la biologie un statut de science exacte. Il cherchait en même temps à démontrer que le talent et le génie sont héréditaires (malgré une certaine influence de l'environnement qu'il ne niait pas).

Il proclamait que ses chiffres démontraient son modèle d'une société idéale: une société où les individus sont classés selon leurs capacités innées; une société qui, selon lui, serait mieux organisée. Toujours parfait à lui-même, il insista sur la déficience mentale des noirs et, n'étant plus croyant, il critiqua l'Eglise d'avoir privé la société d'une partie de son élite en obligeant le célibat aux prêtres.

**L'eugénique**

Galton donna suite à une ligne de pensée qui l'avait précédé et qu'il baptisa: l'eugénique. Cette "science" traite des influences permettant d'améliorer la race et prône le contrôle des unions de manière à ne pas diluer les races supérieures, mais plutôt à les améliorer.

C'est ainsi que la biologie, après l'astronomie et les sciences sociales, suscita les plus grands développements de la statistique.

Afin de prouver ses allégations sur la transmission filiale du talent, Galton cumula et analysa beaucoup de données. Il développa des instruments pertinents à sa propre formulation du problème: son approche sera donc bien différente de celle de Quételet.

**Les approches de Quételet et de Galton**

**Quételet cherchait à regrouper correctement des données.** Contrairement à lui, Galton voulait plutôt les séparer, de manière à isoler la présence d'un caractère "héréditaire" à la fois. Le regroupement de données représentait

Galton était bien sûr capable de reconnaître l'apparition de la courbe normale en utilisant la méthode de Quételet. Il illustre cette normale par une échelle verticale. Dans un autre type de graphique (l'ogive), il présente les données en les ordonnant selon leur rang, leur valeur étant présentée en ordonnée (c'est la distribution de l'inverse de la normale). Il affirmait que si cette courbe n'apparaît, lors de la représentation graphique d'un groupe de données, c'est qu'une partie des objets mesurés n'est pas de la même espèce et est affectée par une influence particulière. Il était donc d'avis qu'on ne peut regrouper des données dont la concentration ne fournit pas la loi des déviations de la moyenne.

Nous l'avons dit, pour Galton, l'apparition de cette courbe n'est que le début de l'analyse et non la fin, comme pour Quételet. Par exemple, il voyait bien qu'il y avait assez d'uniformité chez les habitants des Iles Britanniques pour faire apparaître la courbe normale (par rapport à une quelconque caractéristique), mais cela ne présentait pour lui aucun intérêt. Il faudrait plutôt chercher à distinguer ces gens entre eux.

## Les échelles

Galton ayant à mesurer des variables qualitatives, comme le talent, il s'inventa des échelles basées sur la loi normale; ces échelles permirent d'ordonner les individus et les différences qu'il percevait entre eux (comme le font les échelles d'attitude utilisées aujourd'hui). Il utilisa abondamment la **médiane** et les **centiles** pour caractériser les distributions qu'il obtenait.

## La régression et la corrélation

En voulant démontrer que le talent est une affaire de famille, Galton fit face à un problème: ses données présentaient, sans équivoque, la forme de la distribution normale. Mais quel lien établir entre cette courbe et la transmission de caractéristiques de génération en génération? Si la normale représente la somme de nombreux facteurs qui opèrent indépendamment, comment croire qu'un seul de ces facteurs hérité d'un parent puisse avoir un effet mesurable. Après vingt ans de travail, il parviendra à résoudre ce problème, en développant les idées de **régression** et de corrélation (sa loi de réversion). Le coefficient de corrélation représentera pour lui la mesure de l'intensité du lien de deux caractères transmis héréditairement.

## Un appareil ingénieux

Pour illustrer le principe qu'une somme de normales donne une autre variable normale, vers la fin de son travail, Galton fabrique un appareil, le **Quincunx**, qu'il présente au public en 1874.

Cet ingénieux appareil lui permit de montrer ce que ses mathématiques ne lui permettaient pas de prouver: la somme de plusieurs courbes normales donne une autre courbe normale et une binomiale peut s'approximer par une normale. Ce qu'il explique alors comme un superposition de "normales élementaires", chacune correspondant à l'influence particulière d'une caractéristique héréditaire.

Le Quincunx

## La diffusion de ses travaux

Le travail de Galton a rapidement été très connu de ses contemporains, quoique ses subtilités n'ont pas été largement appréciées. Son oeuvre était perçue à deux niveaux seulement: l'utilisation d'échelles statistiques pour caractériser les distributions et l'idée de régression, dont on ne percevait que les applications en hérédité.

## A l'aube du XXième siècle

Ce n'est vraiment que pendant notre siècle que l'inférence statistique, telle que nous la connaissons (tests d'hypothèses, estimation par intervalles de confiances, modèles variés de distribution) s'est développée. Mais ce sera encore la biologie qui en suscitera la découverte.

## LES PREMIERS PROBLEMES DE PROBABILITE

### Premier problème de probabilités dans l'oeuvre de Cardano

A et B participent à un jeu équitable. Ils décident de continuer jusqu'à ce qu'un des deux joueurs gagne 6 manches, mais la partie doit être interrompue quand A a déjà gagné 5 manches et B 3. De quelle façon doit-on partager les enjeux?

### Problèmes traités dans la correspondance de Fermat et Pascal (juillet à octobre 1654)

1. Un joueur joue avec une autre personne qu'il peut faire un à un huit lancers d'un dé. Si après trois lancers, il désire quitter la partie, quelle est la part des gageures qui lui revient?

2. Dans un jeu, les deux participant lancent à tour de rôle une pièce de monnaie, jusqu'à ce que l'un des deux joueurs obtienne trois fois son choix (pile ou face). Chacune des deux personnes gage 32 pistoles*. Déterminer la somme qui revient à chacun, si la partie doit s'arrêter à un certain stage (i.e. après un certain nombre de lancers), quel qu'il soit.

3. Dans un jeu semblable, le joueur A a besoin de voir son choix se produire deux fois pour gagner, tandis que le joueur B doit attendre de lancer son choix trois fois. Au départ, quelles sont les chances de chacun de gagner?

   Voici une solution erronée, dont Pascal avait eu vent:

| lancer #1 | lancer #2 | lancer #3 | lancer #4 | gagnant |
|---|---|---|---|---|
| A | A | - | - | A |
| A | B | A | - | A |
| A | B | B | A | A |
| A | B | B | B | B |
| B | A | A | - | A |
| B | A | B | A | A |
| B | A | B | B | B |
| B | B | A | A | B |
| B | B | A | B | B |
| B | B | A | - | B |

*Ancienne monnaie française.

Sur les 36 résultats possibles, 6 sont favorables à A et 4 à B. Les chances sont donc 1/6 pour A et 1/9 pour B. Pouvez-vous trouver l'erreur?

4. Il y a maintenant trois joueurs qui participent au lancer d'un objet qui offre trois résultats possibles (une sorte de dé à trois faces!) et équiprobables. Le joueur A doit obtenir son choix 1 fois seulement pour gagner, B deux fois et C deux fois aussi. Au départ, quelles sont les chances de chacun de gagner?

Voici un raisonnement que Pascal fait pour ce problème. Il sait que la réponse est fausse, mais c'est Fermat qui apportera la bonne solution et qui lui expliquera pourquoi la sienne n'était pas valable.

Le jeu se fera en trois lancers, puisqu'il n'en faut pas plus pour trouver le gagnant). Pascal fait la liste de tous les résultats possibles (en colonnes). Sur les dernières lignes, on peut lire le gagnant.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | A | A | A | A | A | A | B | B | B | B | B | B | B | B | B | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C |
| A | A | A | B | B | B | C | C | C | A | A | A | B | B | B | C | C | C | A | A | A | B | B | B | C | C | C |
| A | B | C | A | B | C | A | B | C | A | B | C | A | B | C | A | B | C | A | B | C | A | B | C | A | B | C |
| A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | | | A | A | A | A | | | A | | | | | | | | |
| | | | B | | | | | | B | | | B | B | B | | B | | | | | B | | | | | |
| | | | | | | C | | | | | | | | | C | | | C | | | C | C | C | | | |

Pascal sait que la solution n'est pas 1? chances pour A, à 7 pour B et 7 pour C (noté 1?:7:7), car certains résultats sont favorables à deux joueurs, comme "ABB". Il propose plutôt de donner à chaque joueur la moitié de la valeur de tels lancers. Il obtient donc 17:11/2:11/2, ce qui est inexact.

Problème posé à Pierre Montmort par Nicolas Bernoulli

A et B jouent aux dés. A mise d'abord une couronne; puis, les deux participant jouent tour à tour d'un dé, en commençant avec B. Si b obtient un nombre pair, il gagne une couronne et si il obtient un nombre impair, il doit en ajouter une à la mise. A lui aussi obtient une pièce pour chaque nombre pair, mais il ne fait rien si il obtient un impair. Le jeu se poursuit tant que la mise n'est pas tombée à zéro. Ce jeu est-il juste?

Problème proposé par De Moivre, dans la Doctrine des chances

A et B ont chacun un jeu de cartes et ils en sortent une chacun de leur paquet, simultanément. A chaque fois où les cartes sont identiques, A donne une guinée à B. Combien d'argent A doit-il demander à B avant de commencer à jouer afin que le jeu soit équitable?

De nombreux chercheurs tentent, à l'aide d'un équipement hautement sophistiqué (de l'ordinateur dernier cri aux piles nucléaires, en passant par ... le dé et la pièce de monnaie), de créer des suites de **nombres aléatoires**. Ce sont là des listes de nombres qui ne sont soumises à aucun modèle discernable, dont la séquence ne dépend que du hasard.

Leur tâche n'est pas futile, comme il serait aisé de le penser. Au contraire, dans un monde où les quêtes d'opinions, les études de marché et les sondages sont désormais quotidiens, dans un monde soumis à l'espionnage industriel et international, leur recherche revêt une très grande importance.

Des listes de nombres aléatoires servent, par exemple, à établir des codes secrets qui brouillent les transmissions satellites confidentielles et les communications diplomatiques et militaires d'une nation; d'autres empêchent l'utilisation frauduleuse ou malencontreuse des armements nucléaires. Si ces nombres ne sont pas tout à fait aléatoires, les codes qui en dépendent peuvent être brisés et les mesures de protection anéanties.

Les scientifiques qui se penchent sur ces questions ont inventé des moyens aussi ingénieux les uns que les autres permettant de créer des nombres aléatoires qui, cependant, perdent leur qualité avec le temps. En effet, plus l'imagination des chercheurs engendre de nouvelles méthodes pour produire des listes aléatoires, plus elle met en évidence l'impossibilité d'obtenir la perfection: si un niveau pratique de hasard peut être atteint, un niveau idéal semble être hors de portée.

En fait, la définition même de l'aléatoire se fait encore attendre... Cela vous semble surprenant? Après tout, dites-vous, le lancer d'une simple pièce de monnaie est un exemple bien connu et bien simple de l'action du hasard! Cela n'est pas si sûr! Pour bien des magiciens, le lancer d'une pièce, qu'ils peuvent, en nous éblouissant, faire tomber coup sur coup sur le côté "face", ne tient pas au hasard mais plutôt du contrôle parfait de la situation.

Les chercheurs du hasard ont bien entendu étudié, d'une manière très approfondie, ce qui se passe lorsqu'une pièce est lancée. Ils se sont aperçus que si l'on pouvait connaître précisément la vitesse du "spin" de la pièce, la hauteur à laquelle elle est lancée, ainsi que la valeur de toutes les autres variables qui influencent le résultat, alors les lois du mouvement de Newton prédiraient avec certitude la nature du résultat.

En programmant sur ordinateur la simulation du vol d'une pièce, ils ont remarqué que la complexité de la prédiction augmente avec la hauteur et la vitesse. Le lancer d'une pièce n'est donc pas aléatoire parce que l'expérience est soumise au hasard, mais plutôt parce qu'une minime modification des conditions initiales entraîne une énorme incertitude de la prédiction du résultat. C'est le système nerveux humain qui engendre alors l'aspect aléatoire, pas un "hasard"!

Le fait reste entier cependant. Einstein s'objectait à ce que les événements au niveau atomique de la matière soient aléatoires - "Dieu ne joue pas aux dés avec l'univers" a-t-il dit pour bien des théologiens, rien n'est aléatoire puisque Dieu cause tout; pour les mathématiciens subjectivistes l'aléatoire-tout comme de nombreuses autres notions à la base des probabilités - est autant une chose de l'esprit que des mathématiques car pour eux, la probabilité représente la croyance d'un individu en une chose et n'est donc pas une propriété intrinsèque de cette chose et toute discussion de probabilités devrait alors tenir compte des aspects objectifs comme subjectifs.

Les conceptions populaires sur le hasard ont peu changé depuis le début de l'histoire. Elles sont bien souvent erronées, se basant sur des intuitions qui sont fausses. Voici quelques unes de ces mauvaises perceptions:

- On croit généralement que de courtes séquences de nombres qui semblent mieux équilibrées sont aléatoires alors que des séquences qui paraissent moins équilibrées ne le seraient pas.

  La réalité est que de courtes séquences peuvent cacher leur vraie nature.

- On croit aussi qu'après une longue suite de résultats "noirs" au jeu de roulette, le "rouge" devrait sortir.

  La réalité est que, quelques soient les résultats précédents, les deux couleurs ont des chances égales de survenir.

- On a tendance à voir des modèles où il n'y en a pas, comme lorsque l'on pense qu'une joueur de basketball, par exemple, est "chaud". Ainsi, s'il a fait trois ou quatre paniers consécutifs, on pense facilement qu'il en fera encore un la prochaine fois.

- Avez-vous déjà rencontré quelqu'un qui gage sur le 1-2-3-4-5-6 au Lotto 6/49? Pourtant, cette séquence est aussi probable que n'importe quelle autre!

## COMMENT INTERPRÉTE-T-ON L'ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE

Deux scientifiques, Daniel Kahneman et Amos Tversky, ont effectué des recherches qui leur ont permis de réaliser que, même en essayant d'être froidement logiques, les gens ne s'évaluent pas correctement "les chances": ils ne calculent pas l'espérance mathématique d'une manière instinctive. Plusieurs facteurs entrent en jeu, lors de la prise d'une décision, parmi lesquels la façon de poser le problème. Voyons un exemple:

Premier problème

Un général, commandant à 600 soldats, est menacé par une force ennemie supérieure. Ses officiers des services de renseignement lui apprennent que tous ses soldats mourront de façon certaine dans une embuscade, à moins de choisir l'une ou l'autre de deux routes pour échapper à ce péril.

En suivant la première route, 200 soldats seront sauvés. En choisissant la seconde route, il y a une chance sur trois de sauver tous les 600 soldats et deux chances sur trois de n'en sauver aucun.

Quelle route le général doit-il choisir?

Deuxième problème

Dans une autre situation aussi dangereuse, le général doit encore choisir entre deux routes. S'il suit la première, 400 soldats mourront. S'il prend la seconde, il y a une chance sur trois qu'aucun soldat ne meurre et deux chances sur trois que tous les 600 soldats meurent.

Quelle route faut-il choisir?

La plupart des gens, et vous aussi peut-être, choisissent la première route dans le premier problème et la deuxième route dans le second. Pourtant, les quatre routes permettent la même espérance de vies sauvées, c'est-à-dire 200 survivants et 400 soldats tués[1].

Dans le premier problème, on discute du nombre de vies **sauvées**, ce qui nous **pousse à choisir la route qui semble la plus sûre**, soit la **première**. Nous n'osons pas choisir une alternative qui présente un risque lorsque la **situation fait état de vies sauvées.**

---

[1] Voir la solution à la fin.

Dans le second problème, on parle plutôt de la mort certaine de 400 personnes et nous préférons généralement courir le risque d'en sauver quelques unes. On prend alors le deuxième chemin.

Lorsque vient le temps de prendre des décisions aussi importantes, il semble que notre jugement, notre "gros bon sens" peut faire défaut. Nous nous laissons alors influencer par des facteurs extérieurs au problème lui-même.

Cette étude nous rappelle aussi à quel point il est important de savoir résoudre correctement ce type de problèmes, afin d'éviter les erreurs de jugement possibles. N'oublions pas que les politiciens, les vendeurs et la publicité utilisent à leur avantage cette difficulté que nous avons à poser un jugement exact lorsque les faits sont présentés de manière à nous influencer.

Solution: Dans le premier problème:

- première route: 200 survivants et 400 tués;
- deuxième route: $\frac{1}{3}(600) + \frac{2}{3}(0) = 200$

  200 survivants et 400 tués.

Dans le deuxième problème:

- première route: 400 tués et 200 survivants;
- deuxième route: $\frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(600) = 400$

  400 tués et 200 survivants.

# LA NOUVELLE METHODE SCIENTIFIQUE

## ou le temps de Galilée

On raconte qu'à l'âge de 17 ans, alors qu'il assistait à un office religieux, Galilée remarque les particularités du mouvement d'une lampe au-dessus de l'autel. Il s'aperçut que l'amplitude du mouvement de pendule de la lampe ne changeait rien au temps qu'elle prenait pour accomplir ce mouvement. Comme il n'avait évidemment pas de montre, il mesurait le temps avec son propre pouls.

Cette observation est caractéristique de la nouvelle époque scientifique qui s'amorce. Galilée Galilei (1564-1642) en sera l'une des principales figures, pour ses contributions importantes à l'astronomie et à la physique, mais aussi parce qu'il est l'un des fondateurs de la méthode expérimentale.

En effet, l'expérimentation, la traduction des observations en langage mathématique et l'introduction de démonstrations mathématiques sont les aspects communs de la recherche de Galilée et de la méthode expérimentale telle que nous la connaissons aujourd'hui.

Cette nouvelle recherche scientifique était une véritable révolution, qui ne s'est pas faite sans heurts. Pour bien comprendre cette méthode de pensée que nous appliquons encore, il nous faut regarder de plus près le contexte social et politique de cette époque.

### A. L'héritage religieux

La pensée scientifique, comme toute autre forme de pensée, est marquée au Moyen Age par la religion officielle. Cette emprise de la religion sur la science se perpétue au début de la Renaissance. Lorsque les anciens textes grecs atteignent l'Europe, leur popularité amène l'Eglise à les utiliser, en en donnant la juste interprétation et en faisant une place d'honneur aux auteurs qui conviennent le mieux à ses vues.

Ainsi, Aristote et l'emprise de la raison permettent d'éviter l'observation de la nature. Galien et ses descriptions anatomiques de l'homme (bien que faites sur des porcs et des chimpanzés) rendent inutiles les dissections. Ptolémée et son système géocentrique* ne font que confirmer la vision de l'Univers de l'Eglise. Cette dernière négligera les appels de ces mêmes auteurs à l'observation et à l'expérimentation.

La pensée scientifique est donc entièrement soumise au dogmatisme religieux, c'est-à-dire à une autorité, celle d'une livre saint et de ceux qui sont reconnus comme les détenteurs officiels de la seule interprétation possible.

---

*Le système géocentrique fait de la Terre le centre de l'univers. Tous les autres corps célestes, parmi lesquels le soleil, tournent autour de la Terre, sur des orbites circulaires.

Les Ecritures devant être considérées comme des données objectives et irréfutables, le passage, par exemple, où la prophète Josué commande au Soleil de s'arrêter (ce qu'il fit) oblige à une vision de l'univers où le soleil tourne autour de la Terre (comment Josué aurait-il pu l'arrêter s'il était immobile?). Ainsi cette construction de l'univers devient-elle une vérité qui ne peut être mise en doute que par un hérétique. Les astronomes n'ont d'autre choix que de s'y conformer afin d'éviter le bûcher.

Il faut cependant signaler que les observations astronomiques qui auraient pu contredire ces théories ne pouvaient raisonnablement être faites à cette époque. Les scientifiques et l'Eglise ne postulaient alors qu'un système qui rendait au gros bon sens. Copernic, qui le premier proposera un système héliocentrique*, le fit non pas sur la base d'observations, mais plutôt parce qu'il avait beaucoup d'imagination. Le dogmatisme de l'Eglise se fera plutôt sentir dans l'acharnement à refuser ce système du monde lorsque Galilée s'en fera le promoteur.

De la même façon, l'interdiction des jeux de hasard par l'Eglise freinera la naissance de la théorie des probabilités, cette dernière étant essentiellement basée sur les jeux de dés.

Ce dogmatisme religieux est surtout présent dans la religion chrétienne. L'Islam, à la même époque, bien qu'il ne permettait pas plus les dissections d'hommes, envisageait différemment les conflits possibles entre théologie et science. Dans un texte paru en 1095, Al-Ghazâli, philosophe islamique, explique de quelle façon les conflits entre théologie et science peuvent être regardés.

> "Celui qui pense qu'il entre dans son devoir religieux de ne pas croire ces choses (découvertes en astronomie) est en réalité injuste envers la religion et affaiblit sa cause. Car ces choses ont été établies par des preuves astronomiques et mathématiques qui ne laissent pas de place au doute.
>
> Les athées éprouveraient une suprême satisfaction si le défenseur de la loi affirmait que ces choses sont contraires à la religion. Car il leur serait alors facile de réfuter la religion..."

Le savoir dispensé par les universités occidentales, à la fin du XVIe siècle est fait de lectures et de débats philosophiques et théologiques. Il ne s'y fait ni recherche, ni observation, ni travail fondamental. Ce sont les architectes et les artistes des cathédrales, les ingénieurs et les commerçants qui entretiendront la science, du moins dans ses aspects techniques.

---

*Dans le système héliocentrique, le soleil est immobile; toutes les planètes tournent autour de lui, la Terre en particulier.

B. Le rejet des dogmes

> "Beaucoup croiront qu'ils ont motif de me blâmer, en alléguant que les preuves avancées par moi contredisent l'autorité de certains auteurs que leur jugement dépourvu d'expérience tient en grande révérence, sans considérer que mes conclusions sont le résultat de l'expérience simple et pure, laquelle est la vraie maîtresse."
>
> Leonardo da Vinci

La possibilité d'une nouvelle démarche scientifique et d'une nouvelle vision du monde devait passer obligatoirement par un rejet des dogmes et de l'autorité. Ce rejet, manifeste durant la Renaissance, dissociera science et philosophie. La science deviendra beaucoup plus utilitaire que théologique.

Cette nouvelle démarche scientifique viendra aussi du contact avec ceux qui n'ont pas été formés dans les grandes écoles, mais qui doivent, pour réaliser leurs projets, connaître la géométrie, le calcul, les matériaux et la façon de les utiliser. Le lien entre la science et la technologie apparaît et deviendra de plus en plus étroit dans les siècles à venir.

C. **Galilée et la méthode expérimentale**

Galilée n'est pas un simple manipulateur qui ne fait que mesurer des variables. Il innove plutôt en voulant quantifier systématiquement toutes ses hypothèses de recherche. Il devait faire un travail de conceptualisation et d'abstraction très important. En fait, il croyait que "grâce aux mathématiques, les physiciens réussissent à saisir la structure intime de la réalité". Il devait adopter une nouvelle conception de la nature et combattre les pseudo-évidences scientifiques accumulées au cours des siècles, en plus de mettre sur pied un outillage technique et mathématique approprié.

Les débats suscités à l'époque par les Galilée et da Vinci sont encore très actuels. Ils opposent les empiristes pour lesquels l'expérience est la source première de toute connaissance, et les rationnalistes pour lesquels le raisonnement pur est primordial. C'est aussi l'opposition du travail technique et manuel et de la réflexion théorique et intellec-tuelle.

D. **La science et l'Etat**

Les états s'intéressent de plus en plus aux développements scientifiques, techniques mais aussi théoriques. Le travail de Galilée sur les canons ne permet-il pas de prévoir la trajectoire d'un boulet?

La puissance économique et donc militaire dépendra des innovations technologiques, scientifiques. Les applications scientifiques dans le domaine de la guerre deviendront de plus en plus importantes.

A la Renaissance, l'Etat donnera ainsi une nouvelle direction aux recherches et la domination de l'Eglise s'amenuisera. On rejette alors de la pensée scientifique toutes les considérations basées sur les notions de valeur, perfection, harmonie. Cette "révolution spirituelle" permettra à **Blaise Pascal**, à **Pierre de Fermat** et à **Christiaan Huygens** de regarder les jeux de dés comme des phénomènes physiques mesurables et exempts de finalité divine ou mystique. La table sera mise pour la formulation des principes de base de la théorie des probabilités.

# BIBLIOGRAPHIE


ASIMOV, Isaac: Encyclopedia of Science and Discovery, Harper and Row, New-York, 1989, 707 p.

DARMOIS, Georges: "Fisher: A Retrospective", Chance, III-1, 1990, 22-28.

BELL, E.T.: Men of Mathematics.

BOORSTIN, Daniel J.: The Discoverers, Random House, New-York, 1987, 745 p.

BOURBIN, Jean-Louis: Les structures du hasard - les probabilités et leurs usages.

BOYER, Carl B.: A History of Mathematics, John Wiley and Sons, New-York, 1968, 717 p.

DASTON, Lorraine J.: "Probabilistic expectation and Rationality in Classical Probability Theory", Historia Mathematica, vol. 7, 1980, pp. 234-260.

DASTON, Lorraine J.: "Mathematics and the Moral Sciences: The Rise and Fall of the Probability of Judgments, 1785-1840", Epistemological and Social Problems of the Sciences in the Early Nineteenth Century, H. N. Jahnke et M. Otte, D. Reidel, Dordrecht, 1981, pp. 287-309.

DAVID, F. N.: Games, Gods and Gambling, Griffin, Londres, 1962.

DEDRON: Mathématiques et mathématiciens.

EVES, Howard: An Introduction to the History of Mathematics, Holt, Rinehart and Winston, New-York, 1960, 422 p.

GRUN, Bernard: The Timetables of History, Simon and Shuster, New-York, 1982, 678 p.

HACKING, Ian: The Emergence of Probability, Cambridge University Press, Grande-Bretagne, 1975, 209 p.

HELLEMANS, Alexander et BUNCH, Bryan: The Timetables of Science, Simon and Shuster, New-York, 1988, 656 p.

KAC, Mark: "Probability", Scientific American, septembre 1964, pp. 92-108.

KENDALL, M.G. et PLACKETT, R.L.: Studies in the History of Statistics and Probability, Vol. 2, Griffin, Londres, 1977.

KRAMER, Edna E.: The Nature and Growth of Modern Mathematics, Princeton University Press, New-Jersey, 1981, 758 p.

LE LIONNAIS, François: Les grands courants de la pensée mathématique.

MERLEAU-PONTY, Jacques: "Laplace: un héros de la science "normale"", La Recherche, no 98, mars 1979, pp. 251-256.

PEARSON et KENDALL (Ed.): Studies in the History of Statistics and Probabilities, Griffin, Grande-Bretagne, 1970, 461 p.

PICCIET, Guy: "Un génie mal connu: Christiaan Huygens", La Recherche, no 107, septembre 1979, pp. 906-908.

RENYI, A.: Letters on Probability, Wayne State University Press, Detroit, 1972, 96 p.

ROUSSEAU, Pierre: Histoire de la science, Coll. Les grandes études historiques, Fayard, Paris, 1965, 827 p.

RUHLA, Ch.: La physique du hasard, de Blaise Pascal à Niels Bohr, Coll. Liaisons scientifiques, Hachette, Paris, 1989, 269 p.

SMITH, David E.: History of Mathematics, Vol. 1, Dover Publications, New-York, 1958, 596 p.

STIGLER, Stephen M.: The History of Statistics, Harvard University Press, Cambridge, U.S.A., 1986, 410 p.

STONE, Mervyn: "Quetelet and the Poetry of Statistical Conjecture", Chance, 1-2, 1988, pp. 10-16.

STUCKEN, Michael: "Brainbogglers", Discover, juillet 1987, p. 96.

THUILLIER, Pierre: "Galton, un grand bourgeois de la science", La Recherche, mai 1975, pp. 488-491.

TODHUNTER, I.: Mathematical Theory of Probability, Chelsea Publishing Co., New-York, 1949, 624 p.

Autres articles

"Decisions", Discover, juin 85.

"What is Probability", Scientific American, septembre 1953.

"Subjective Probability", Scientific American, novembre 1957.